

Exercice I (obligatoire) : étude d'une source lumineuse. (10 points)

- 1) Un prisme est un milieu dispersif.
11. (1 pt) $\lambda = c \times T = c/f$ où la longueur d'onde λ est en m, la célérité c en m.s^{-1} et la fréquence f en Hz.
12. (0,5 pt) Lors du passage d'une radiation de l'air dans le verre, seule la fréquence ne change pas car elle est caractéristique de la source.
13. (0,5 + 1 pt) L'indice de réfraction d'un milieu est défini par $n = c/v$ où c est la célérité de la radiation dans l'air et v la célérité de la radiation dans le milieu. Le prisme étant un milieu dispersif, la vitesse est différente pour des radiations de fréquences différentes. Donc si des radiations de différentes couleurs et donc de fréquences différentes, traverse le prisme, elles ne sont pas réfractées de la même façon : on observe donc le spectre de la lumière.
14. (0,5 pt) C'est une lumière monochromatique
- 2) On place cette source devant une solution dont la courbe d'analyse spectrale est donnée ci-dessous.
21. (1 pt) Aucune lumière ne ressort de la solution, la solution absorbe donc les radiations comprises entre 550 nm et 680 nm.
22. (1 pt) La solution absorbe les radiations comprises entre 550 nm et 680 nm, la couleur diamétralement opposée à ces radiations est le bleu-vert.
- 3) On éclaire avec cette source lumineuse une fente de largeur $a = 100 \mu\text{m}$. On observe alors sur un écran une figure constituée de tâches lumineuses.
31. (0,5 pt) Le faisceau lumineux est diffracté, le phénomène observé est la diffraction.
32. (0,5 pt) $\left[\frac{\lambda \times D}{a^2} \right] = \left[\frac{L \times L}{L^2} \right]$, cette expression n'a pas de dimension.
- Dans la relation (1), le premier membre a la dimension d'une longueur et le deuxième est sans dimension donc cette formule ne peut être retenue.
33. (0,5 pt) On constate expérimentalement que la demi-largeur d de la tâche centrale augmente lorsque D augmente. Or selon la formule (3), si D augmentait, d diminuerait car la fonction $1/x$ est décroissante. Selon la formule (2), d augmente avec D . On ne retient que la relation (2).
34. (1 pt) D'après le schéma, $\tan \theta = \frac{d}{D}$
- L'angle θ étant « petit », on peut faire l'approximation : $\tan \theta \approx \theta$ (en rad). d'où $\theta = \frac{d}{D}$
- Or $\theta = \frac{\lambda}{a}$ d'où $\frac{d}{D} = \frac{\lambda}{a}$ et donc $d = \frac{\lambda \times D}{a}$
35. (2 pt) La courbe obtenue grâce aux points expérimentaux peut être modélisée par une droite dont le coefficient directeur vaut 0,0065
- Or d'après la relation (2) ce coefficient directeur vaut $\frac{\lambda}{a}$ et d'après l'énoncé $a = 100 \mu\text{m}$
- donc $\lambda = 0,0065 \times 100 \cdot 10^{-6} = 6,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 650 \text{ nm}$
- On est bien dans l'intervalle déterminé à la question 121 et d'après le document de la question 122, cette radiation correspond bien à une couleur rouge.

EXERCICE II : Nucléaire et électricité RC (14 points)**LA TOMOGRAPHIE PAR EMISSION DE POSITONS (7.5/40)**

111. (0.5) D'après l'énoncé, l'oxygène 15 a 8 protons et $A - Z = 15 - 8 = 7$ neutrons.
112. (0.5 équation + 0.5 loi) Lors d'une désintégration, il y a conservation du nombre de charges et du nombre de nucléons (lois de Soddy), d'où l'équation de la réaction de désintégration du noyau d'oxygène 15, émetteur β^+ : ${}^{15}_8\text{O} \rightarrow {}^{15}_7\text{N} + {}^0_1\text{e}$.
113. (0.5 + 0.5 comparaison) Energie de liaison par nucléon : $E_l({}^{15}_8\text{O})/A = 7,463 \text{ MeV/nucéon}$; $E_l({}^{15}_7\text{N})/A = 7,699 \text{ MeV/nucéon}$. Le plus stable est le noyau ${}^{15}_7\text{N}$ car c'est celui qui a la plus grande énergie de liaison par nucléon.

121. (0.5) Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée nécessaire pour que la moitié d'un échantillon radioactif se soit désintégré.

122. (0.5) Constante radioactive $\lambda = \ln 2 / t_{1/2} = 5,64 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

123. (0.5) Loi de décroissance radioactive $N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda t}$.

124. (1pt) On veut $N(t_1) = 0,05N(0)$ et d'après la loi de décroissance radioactive $N(t_1) = N(0) \cdot e^{-\lambda \cdot t_1}$, soit $e^{-\lambda \cdot t_1} = 0,05$ ou encore $t_1 = -\frac{1}{\lambda} \ln(0,05) = 532 \text{ s}$.

125. (0.5) On constate que $t_1 \approx 8,9 \text{ min}$ correspondant à la durée approximative entre deux injections donnée dans le texte.

131. (0.5) ${}^0_1\text{e} + {}^0_{-1}\text{e} \rightarrow 2\gamma$.

132. (1pt) $E_{\text{éch}} = [2m_{\gamma} - m({}^0_1\text{e}) - m({}^0_{-1}\text{e})]c^2 = -2m({}^0_1\text{e})c^2 = -1,637 \cdot 10^{-13} \text{ J}$. Energie libérée = $1,637 \cdot 10^{-13} \text{ J}$.

133. (0.5) $E_{\text{libérée}} = 1023 \text{ keV}$. Cette énergie est libérée et également répartie entre les deux photons, donc chaque photon possède une énergie de $511,5 \text{ keV}$, valeur en accord avec celle donnée dans l'énoncé.

STIMULATEUR CARDIAQUE (6.5/40)

211. (0.5) La charge du condensateur dure environ $5rC$. L'intérêt d'avoir une résistance r très petite est qu'elle n'entraîne pas une longue durée de charge.

212. (0.5) Y au point A et masse M au point B.

213. (0.5) Quand le condensateur est complètement chargé le régime permanent est atteint : il se comporte comme un interrupteur ouvert et u_c a atteint sa valeur maximale : on lit $u_{c\text{max}} = E = 5,6 \text{ V}$.

221. (1pt) $u_R = Ri$ loi l'Ohm en convention récepteur

$q = C u_c$; $i = dq/dt$ pour le condensateur en convention récepteur

A partir de la loi d'additivité des tensions $u_c = -u_R = -Ri = -R dq/dt = -R d(C u_c)/dt = -RC d(u_c)/dt$ car C est constant. D'où $u_c + RC d(u_c)/dt = 0$ et l'équation demandée.

222. (1pt) On réinjecte la solution proposée dans l'équation différentielle :

$du_c/dt + (1/RC) u_c = (-E/\tau) \cdot \exp(-t/\tau) + (1/RC) E \cdot \exp(-t/\tau) = E \cdot \exp(-t/\tau) ((1/RC) - 1/\tau) = 0$ à chaque instant si on pose $(1/RC) = 1/\tau$ soit $\tau = RC$.

223. (0.5) Les portions qui correspondent à la décharge sont toutes celles où u_c est décroissante.

224. (0.5) La tangente à l'origine coupe l'axe des abscisses en $t = \tau = 0,8 \text{ s}$.

225. (0.5) La constante de temps $\tau = RC$ d'où $R = \tau/C = 0,8 / (470 \cdot 10^{-9}) = 1,7 \cdot 10^6 \Omega = 1,7 \text{ M}\Omega$.

231. (0.5) 75 battements par minute c'est $60/75 = 0,8 \text{ s}$ entre chaque battement.

232. (0.5) Oui : on observe graphiquement une impulsion toutes les $0,8 \text{ s}$.

233. (0.5) La valeur de la tension est donnée par $u_c(t=0,80 \text{ s}) = E \cdot \exp(-t/\tau) = E \cdot \exp(-0,8/0,8) = E/e = 5,6/e = 2,1 \text{ V}$.

EXERCICE III : Synthèse d'un composé aromatique présent dans l'olivier de bohème (16 points)

Étude de la synthèse (9 points)

11. (0.5) $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_2 + \text{C}_2\text{H}_6\text{O} = \text{C}_9\text{H}_{10}\text{O}_2 + \text{H}_2\text{O}$

12. (0.5) Le milieu réactionnel est chauffé pour des raisons cinétiques, une température plus élevée permet d'atteindre l'avancement final plus rapidement.

13. (0,5+0,5 AN) La masse volumique de l'éthanol est $\rho = 0,78 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ (la densité est $d = 0,78$). La quantité de matière prélevée dans 15 cm^3 d'éthanol (de masse molaire $M = 46 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) est $n_1 = \frac{m}{M}$ avec $m = \rho \cdot V$ donc

$$n_1 = \frac{\rho \cdot V}{M} = \frac{0,78 \cdot 15}{46} = 2,5 \cdot 10^{-1} \text{ mol}$$

14. **(0,5 nacité+ 1 xmax)** Masse molaire de l'acide benzoïque : $M(C_7H_6O_2)=122 \text{ g.mol}^{-1}$. La quantité de matière correspondant à une masse $m=1,5\text{g}$ est donc $n_2 = \frac{1,5}{122} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$.

État du système	Avancement x (mol)	Quantité de matière en mol			
		$C_7H_6CO_2$	C_2H_6O	$C_9H_{10}O_2$	H_2O
État initial	$x = 0$	n_2	n_1	0	0
État final	$x = x_f$	$n_2 - x_f$	$n_1 - x_f$	x_f	x_f

Si l'acide benzoïque $C_7H_6CO_2$ est limitant, $x_{\max}=n_2= 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$, si l'éthanol C_2H_6O est limitant $x_{\max}=n_1=2,5 \cdot 10^{-1} \text{ mol}$. On prend la plus petite des 2 valeurs, $x_{\max}=1,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$, c'est l'acide benzoïque qui est le réactif limitant.

15. **(0,5)** L'éthanol étant le réactif en excès, il n'a pas besoin d'être prélevé avec précision, on prend une éprouvette graduée.

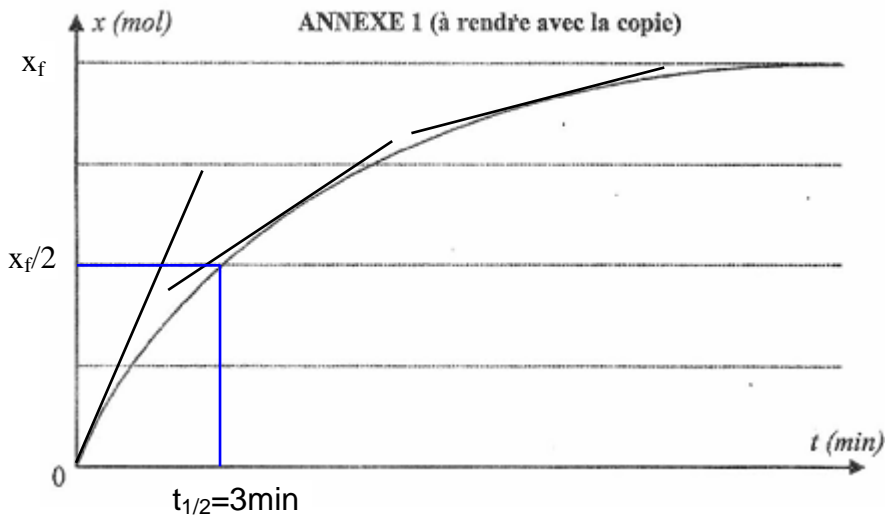
16. **(0,5 xf+ 0,5 taux + 0,5conclusion)** Sur le graphe, on lit $x_f=8 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$, donc $\tau = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{8 \cdot 10^{-3}}{1,2 \cdot 10^{-2}} = 0,67$ soit 67%.

La réaction n'est pas totale

17. **(0,5 tangente+0,5calcul coeff dir+0,5 vitesse)** On trace la tangente à la courbe au point d'abscisse $t=2\text{min}$ dont l'ordonnée est $3 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$. Elle coupe l'axe des ordonnées au point $A(0 ; 10^{-3})$, le coefficient directeur de cette tangente est $\frac{dx}{dt} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2} = 10^{-3} \text{ mol.min}^{-1}$ (ou $1,7 \cdot 10^{-3} \text{ mol.s}^{-1}$)

D'où $v = \frac{1}{15 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^{-3} = 6,7 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ (ou $1,1 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$)

18. **(0,5)** Le coefficient directeur des tangentes à la courbe diminue au cours du temps, la vitesse volumique étant proportionnelle à ce coefficient, la vitesse diminue au cours du temps.



19. **(0,5def+0,5valeur)** Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale x_f , on a $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$, on lit sur le graphe $t_{1/2}=3 \text{ min}$

2. Titration de l'acide benzoïque restant à t_∞ (7 points)

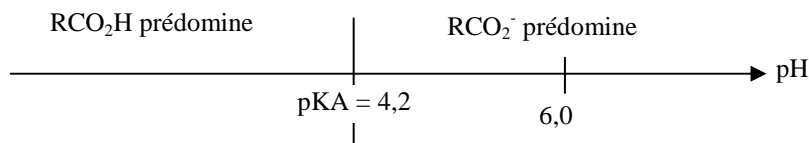
211 (0,5) La base conjuguée de l'acide benzoïque s'obtient en enlevant un ion H⁺ à cet acide, le couple est donc RCO₂H / RCO₂⁻

212 (0,5) $\text{RCO}_2\text{H} + \text{H}_2\text{O} = \text{RCO}_2^- + \text{H}_3\text{O}^+$

213. (0,5)
$$K_a = \frac{[\text{RCO}_2^-]_f [\text{H}_3\text{O}^+]_f}{[\text{RCO}_2\text{H}]_f}$$

214. (0,5) $K_A = 6,3 \cdot 10^{-5}$ et $\text{p}K_A = -\log(K_A) = -\log(6,3 \cdot 10^{-5}) = 4,2$.

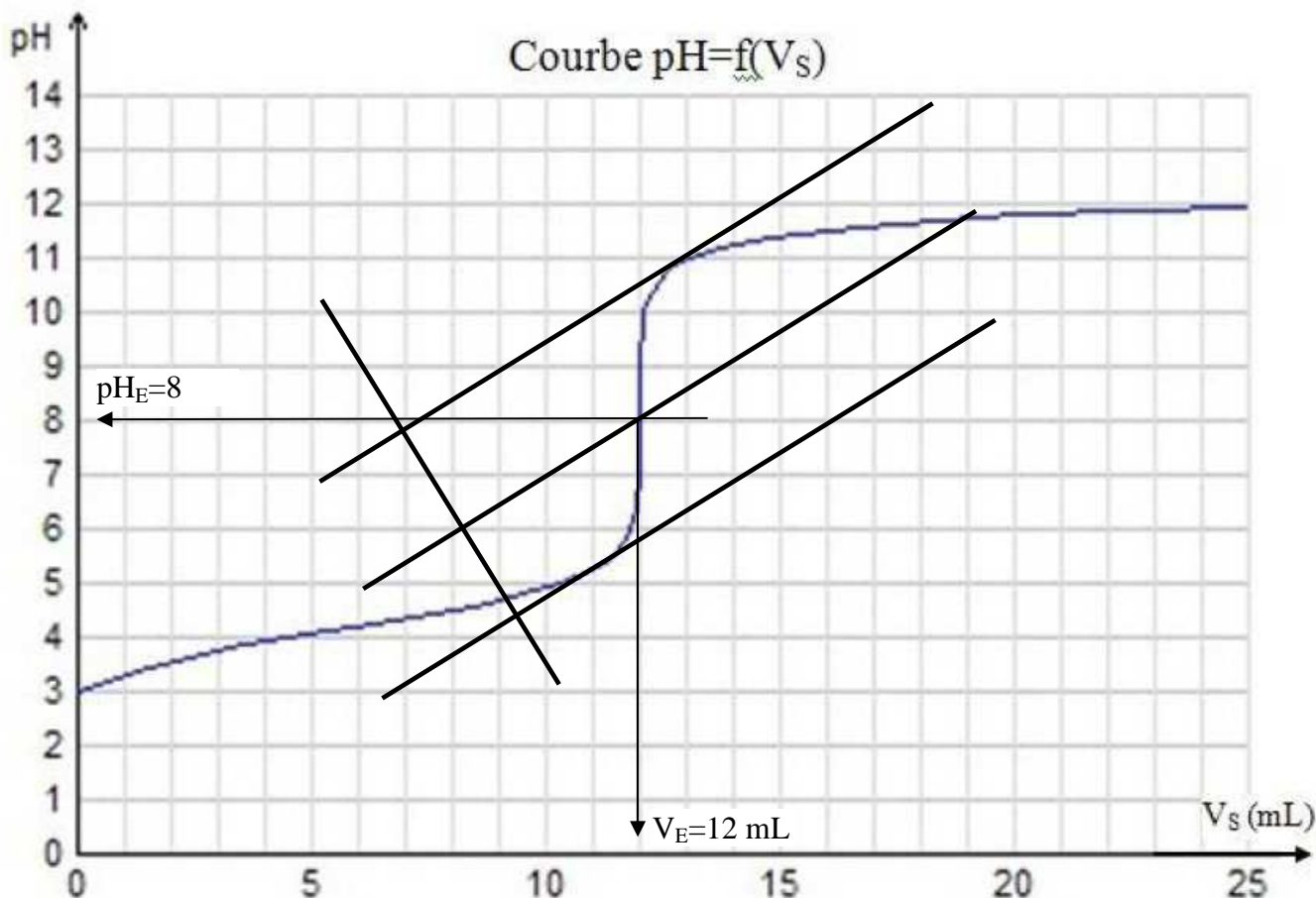
215. (1) Diagramme de prédominance:



216. (0,5) Si pH = 6,0 > pK_A alors l'ion benzoate RCO₂⁻ prédomine sur l'acide benzoïque RCO₂H dans la solution.

221. (1pt) Équation de la réaction support du titrage: $\text{RCO}_2\text{H} + \text{HO}^- = \text{RCO}_2^- + \text{H}_2\text{O}$

222. (1tracé+0,5coordonnées) Avec la méthode des tangentes, on a: pH_E = 8,5 et V_E = 12,0 mL



223 (0,5+0,5AN) À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation de dosage, ils sont totalement consommés donc :

$$n'_1(\text{ac}) = n(\text{HO}^-)_{\text{versée}} ;$$

$$n'_1(\text{ac}) = C_S \cdot V_E$$

$$n'_1(\text{ac}) = 3,0 \cdot 10^{-1} \times 12,0 \times 10^{-3} = 3,6 \times 10^{-3} \text{ mol.}$$

Remarque : le document 4 a donné $x_f = 8 \cdot 10^{-3}$ mol, donc la quantité d'acide benzoïque restante est donnée par $n(\text{ac}) = n_1 - x_f = 1,2 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^{-3} = 4 \cdot 10^{-3}$ mol, soit un écart relatif de $(4-3,6)/4 = 10\%$

224 (0,5) Lors d'un dosage par colorimétrie, l'indicateur coloré utilisé doit avoir sa zone de virage qui contient la valeur du pH à l'équivalence. Comme ici pH_E = 8,0 seule la phénolphthaléine convient car sa zone de virage est [8,2 – 10,0].